Часть 4. Уравнение реализации

В предыдущей главе мы получили уравнение баланса, которому на “справедливом” рынке должна удовлетворять “справедливая” цена опциона.

(4.1)

Это уравнение в частных производных, которое еще называют уравнением теплопроводности. Прежде, чем приступить к его решению, необходимо:

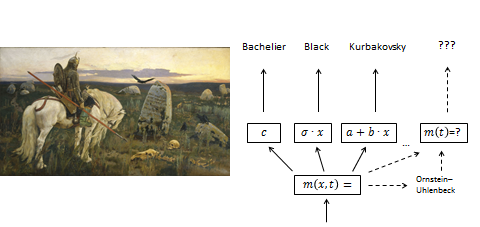
- задать начальное условие.

- в случае, если подвижность зависит от времени и стоимости фьючерса , выразить зависимость в явном виде.

С начальным условием все понятно, это терминальная функция выплат :

(4.2)

С выбором сложнее. Что подадим на вход, то и получим на выходе, поэтому вид зависимости должен быть убедительно обоснован. Это мы обязательно обсудим, а пока разберемся с тем, что уже имеем.



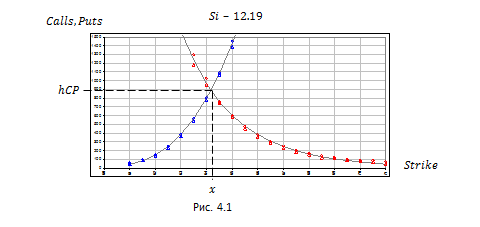
Положив и решив (4.1) с начальным условием (4.2) получим формулу Башелье.

Положив , получим формулу Блэка для маржируемых опционов на фьючерс.

Положив , получим обобщенную формулу.

Предположение о том, что на “справедливом” рынке должно выполняться уравнение баланса, не казалось очевидным с самого начала. Тем не менее, оно позволило найти соответствующие выбранным моделям “справедливые” цены опционов. Сейчас остается проверить, как эти цены соотносятся с ценами реального рынка.

Выберем интересующую нас серию опционов и найдем стоимость гипотетического опциона со страйком , где – текущая стоимость базового фьючерса. Для этого, ориентируясь на цены реального рынка, найдем высоту центральной точки (пересечения аппроксимирующих кривых Call и Put) так, как это показано на рисунке (4.1), обозначим ее .

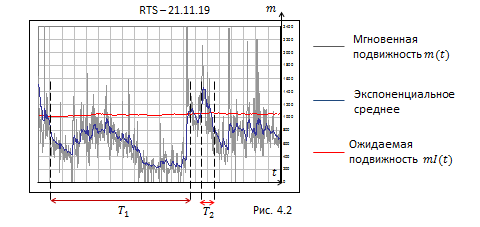


Далее возьмем одну из стандартных формул стоимости опциона (Башелье, Блэка, обобщенную), положим в ней и приравняем полученную теоретическую стоимость к высоте центральной точки . Из полученного уравнения найдем подвижность, соответствующую значению:

(4.3)

назовем ее ожидаемой подвижностью центральной точки и обозначим (Implied mobility).

Непрерывно вычисляя по текущим рыночным ценам опционов, сравним ее с мгновенной подвижностью фьючерса . На “справедливом” рынке они должны совпадать. В реальности же имеем то, что изображено на рисунке 4.2.



“Справедливость“ оказывается весьма условной. Сам график, однако, получился не бесполезным. Из него видно, что на интервале величина тета – распада опциона превышала затраты на дельта – хеджирование, , значит продавец имел преимущество над покупателем. На интервале наоборот, преимущество имел покупатель. Чтобы точнее определить, кто и на каких интервалах выигрывал, необходимо учесть, что ожидаемая подвижность и соответствующие ей стоимости опционов тоже могли меняться.

Окончательный финансовый результат покупателя дельта – нейтрального портфеля на произвольном интервале запишется в виде (уравнение баланса плюс изменение стоимости опциона):

(4.4)

Где – реализованная подвижность фьючерса на интервале

– изменение ожидаемой подвижности

- первая производная стоимости опциона по подвижности (Вега опциона).

Назовем (4.4) формулой реализации. Формула приближенная, потому что на всем интервале производные считаются неизменными, а этого быть не может. Тем не менее, она позволяет:

- на основании прогнозов и принимать обоснованные решения об открытии и закрытии позиций. Задача вполне решаемая, особенно с учетом того, что ожидаемая подвижность опционов обычно следует за подвижностью фьючерса.

- после закрытия позиций сравнить полученный финансовый результат с ожидаемым результатом, и в случае расхождений понять причины ошибок.

- проводить бэк-тестинг стратегий на основании исторических данных

Это все, о чем я хотел рассказать. В следующей, уже заключительной главе, рассмотрим обобщенную формулу стоимости опционов.

*Замечание. С учетом имен производных формулу реализации можно записать в виде:*

*Замечание. Уравнение реализации обобщается на случай сложных дельта – нейтральных портфелей, содержащих несколько опционов. Суммарные “Greeks” получаются арифметическим суммированием (с учетом знака) ”Greeks” входящих в него опционов.*